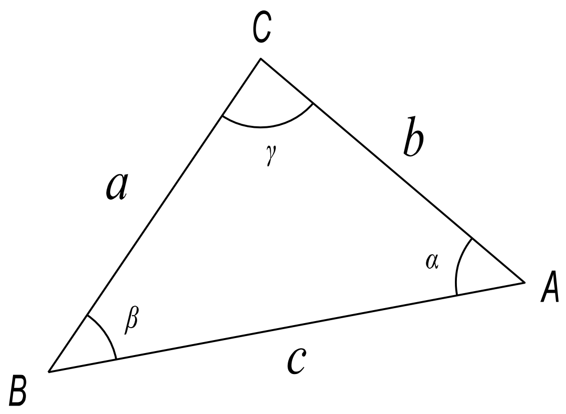


Oznaczenia stosowane w trójkącie:

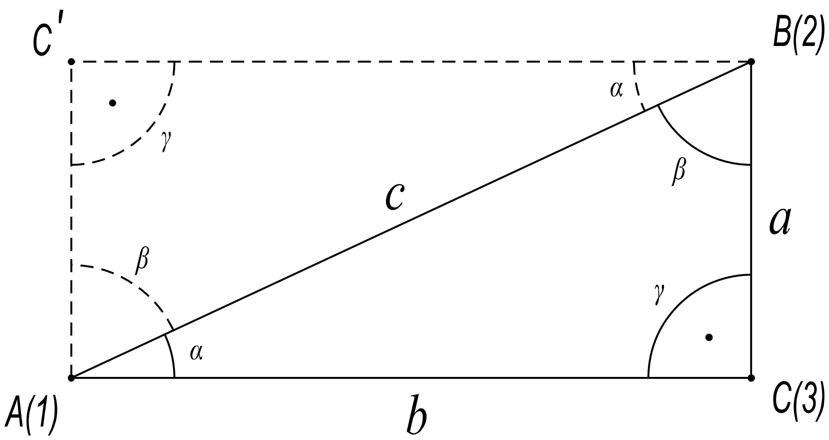
A B C - WIERZCHOŁKI TRÓJKĄTA - oznaczane dużymi literami, lub cyframi (ważne aby zawsze zachować taką kolejność nazywania jak na szkicu, czyli zgodnie z ruchem wskazówek zegara)

α β γ - WEWNĘTRZNE KĄTY TRÓJKĄTA - oznaczane małymi literami greckimi

α - leży zawsze przy wirzchołku A (lub 1 itd)
β - leży zawsze przy wirzchołku B (lub 2 itd)
γ - leży zawsze przy wirzchołku C (lub 3 itd)

a b c - BOKI TRÓJKĄTA - oznaczane małymi literami arabskimi. Nazwa pochodzi od wierzchołka który znajduje się po przeciwległej stronie boku.

a - naprzeciw wierzchołka A
b - naprzeciw wierzchołka B
c - naprzeciw wierzchołka C



Funkcje trygonometryczne trójkąta prostokątnego

sin - sinus
cos - kosinus
tg - tangens
ctg - kotangens

Funkcje odwrotne do trygonometrycznych

Zwracają wartość kąta, jeśli znamy wartość danej fukncji trygonometrycznej
np. jeśli wiemy że sinα=0.89100652 to obliczając arcsin tej wartości uzyskamy wartość kąta α (w tym przypadku 70g)

arcsin - arkus sinus
arccos - arkus kosinus
arctg - arkus tangens
arcctg - arkus kotangens

UWAGA! - kalkulatory dla funkcji odwrotnych posiadają oznaczenia:

arcrsin - sin^{-1} arccos - cos^{-1} arctan - tg^{-1}

(co nie jest poprawnym matematycznie zapisem! bo $x^{-1}=1/x$)

sin - stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta do długości przeciwprostokątnej

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} \qquad \sin\beta = \frac{b}{c}$$

cos - stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie do długości przeciwprostokątnej

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} \qquad \sin\beta = \frac{a}{c}$$

tg - stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta do długości drugiej przyprostokątnej

$$tg\,\alpha = \frac{a}{b} \qquad tg\,\beta = \frac{b}{a}$$

tangens jest odwrotnością kotangensa

$$tg = \frac{1}{ctg}$$

ctg - stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie do długości drugiej przyprostokątnej

$$ctg\,\alpha = \frac{b}{a} \qquad ctg\,\beta = \frac{a}{b}$$

kotangens jest odwrotnością tangensa

$$ctg = \frac{1}{tg}$$

Wartości fuknkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach układu współrzędnych (zgodnie z wierszykiem)

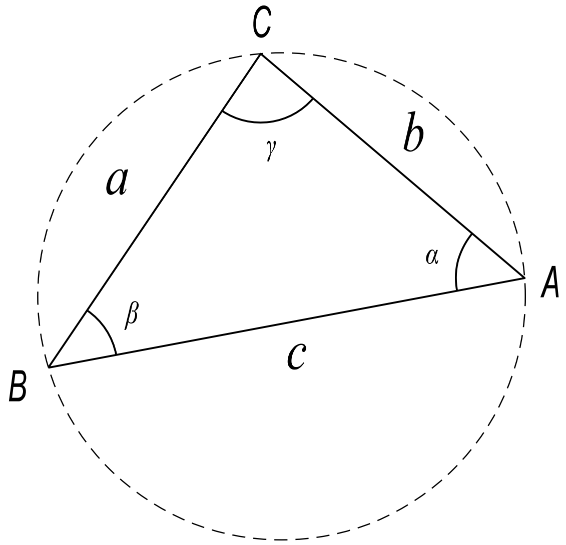
funkcja \ ćwiartka	I	II	III	IV
sin	+	+	-	-
cos	+	-	-	+
tg	+	-	+	-
ctg	+	-	+	-

UWAGA! - kalkulatory nie posiadają funkcji ctg ,więc aby ją obliczyć należy skorzystać z odwrotności tg

WAŻNE!!! - podczas wykonywania jakichkolwiek obliczeń z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych musimy uwzględnić conajmniej sześć cyfr znaczących, czyli cyfr rozwinięcia dziesiętnego począwszy od pierwszej cyfry niezerowej.

np. 12.000435672 0.00000642875 7.249875

Nazwa lub symbol obiektu:					Rodzaj pracy: Podstawowe wiadomości z trygonometrii
Czynności	Data	Nazwisko i imię wykonawcy	podpis	Sprzęt pomiarowy	ZSZ Gorlice Nazwa instytucji wykonującej pomiar
Pomierzył:	17.01.2017	Sławomir Wroński	SWronski	Województwo: Małopolskie	
Skartował:				Powiat: Gorlicki	L. ks. rob.
Wykreślił:	17.01.2017	Sławomir Wroński	SWronski	Gmina: Gorlice	Szkic polowy nr 1
Sprawdził:				Miejscowość: Gorlice	Nr sekcji mapy:



Twierdzenie sinusowe:

Stosunek długości boku i wartości funkcji sinus odpowiadającego mu kąta jest stały w trójkącie i równa się średnicy okręgu opisanego na trójkącie

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$$

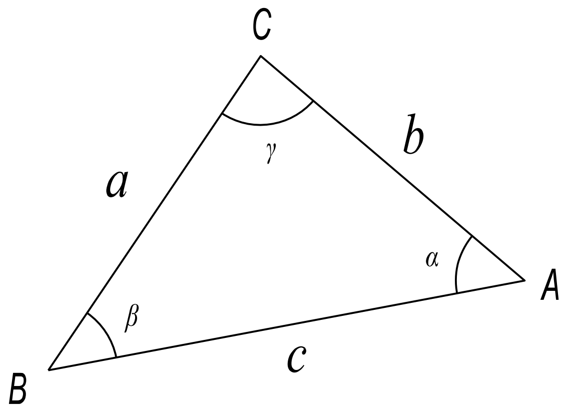
Stosując to twierdzenie jesteśmy w stanie obliczyć długość dowolnego boku znając dwa kąty i długość boku zawartego między nimi

$$a = \frac{c}{\sin(\alpha+\beta)} * \sin\alpha \qquad b = \frac{c}{\sin(\alpha+\beta)} * \sin\beta \qquad a = \frac{b}{\sin(\alpha+\gamma)} * \sin\alpha \qquad \text{itd.}$$

Czyli długość boku równa się stosunkowi boku zawartego między dwoma kątami oraz sinusa sumy tych kątów pomnożonych przez sinus kąta przeciwległego do szukanego boku

Twierdzenie to stosuje się między innymi przy obliczaniu wcięcia kątowego wprzód do obliczenia długości boków wcinających

---



Zastosowanie twierdzenia kosinusowego (Carnota) w geodezji:

Znając długości wszystkich boków w trójkącie, jesteśmy w stanie obliczyć wartości wszystkich jego kątów.

$$\cos\alpha = \frac{-a^2 + b^2 + c^2}{2bc} = \frac{C_a}{2bc}$$

$$\cos\beta = \frac{a^2 - b^2 + c^2}{2ac} = \frac{C_b}{2ac}$$

$$\cos\gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{C_c}{2ab}$$

Kosinus kąta równy jest karnotianowi boku mu odpowiadającego, podzielonemu przez podwójny iloczyn długości pozostałych boków.

$C_a \quad C_b \quad C_c$ - są to karnotiany poszczególnych boków

Karnotian dla wybranego boku jest to suma kwadratów wszystkich boków w trójkącie, przy czym kwadrat boku dla którego liczymy karnotian przyjmuje znak minus

$$C_a = -a^2 + b^2 + c^2$$
$$C_b = a^2 - b^2 + c^2$$
$$C_c = a^2 + b^2 - c^2$$

Kontrolą obliczeń będzie sprawdzenie spełnienia warunku:
suma karnotianów równa się sumie kwadratów długości boków

$$C_a + C_b + C_c = a^2 + b^2 + c^2$$

Po obliczeniu sinusów kątów wartość kąta w gradach (lub stopniach) uzyskamy stosując funkcję arcsin

WAŻNE!!! - podczas wykonywania jakichkolwiek obliczeń z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych musimy uwzględnić conajmniej sześć cyfr znaczących, czyli cyfr rozwinięcia dziesiętnego począwszy od pierwszej cyfry niezerowej.

np. 12.000435672 0.00000642875 7.249875

Nazwa lub symbol obiektu:					Rodzaj pracy: Zastosowanie twierdzeń sin i cos
Czynności	Data	Nazwisko i imię wykonawcy	podpis	Sprzęt pomiarowy	ZSZ Gorlice Nazwa instytucji wykonującej pomiar
Pomierzył:	17.01.2017	Sławomir Wroński	SWronski	Województwo: Małopolskie	
Skartował:				Powiat: Gorlicki	L. ks. rob.
Wykreślił:	17.01.2017	Sławomir Wroński	SWronski	Gmina: Gorlice	Szkic polowy nr 2
Sprawdził:				Miejscowość: Gorlice	Nr sekcji mapy: